

ÜBUNGSBLATT NR. 1 ZUR LINEAREN ALGEBRA I

Aufgabe 1. (Einzelabgabe - 3+1 Punkte)

Seien A, B, D, E beliebige Mengen mit $A \cup B \subseteq D$.

a) Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

(i) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

(ii) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

Die Komplemente werden jeweils in D gebildet. Geben Sie in jedem Schritt der Beweise an, welche Eigenschaft Sie genutzt haben.

b) Widerlegen Sie die folgende Aussage:

$$(A \setminus B) \cup E = A \setminus (B \setminus E)$$

Aufgabe 2. (Einzelabgabe - 4 Punkte)

Seien A und B Mengen und $\mathfrak{P}(A)$ und $\mathfrak{P}(B)$ die Potenzmengen. Beweisen Sie die folgende Äquivalenz:

$$A \subseteq B \iff \mathfrak{P}(A) \subseteq \mathfrak{P}(B)$$

Geben Sie in jedem Schritt der Beweise an, welche Eigenschaft Sie genutzt haben.

Aufgabe 3. (Gruppenabgabe - 2+2 Punkte)

Wir bezeichnen mit $\mathbb{N} := \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ die Menge der natürlichen Zahlen und mit $\mathbb{P} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist prim}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ die Menge der Primzahlen. Weiterhin seien $G := \{2, 4, 8, 10, \dots\}$ die Menge der geraden und $U := \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ die Menge der ungeraden Zahlen, und schließlich $M := \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist durch 3 oder 5 teilbar}\}$.

a) Geben Sie jeweils die folgenden Mengen an:

(i) $G \cup U$

(ii) $G \cap U$

(iii) $\mathbb{P} \setminus U$

(iv) $G \setminus U$

b) Negieren Sie die folgenden Aussagen:

(i) Alle Studierenden beherrschen Matrizenrechnung, Kopfrechnen und Gruppentheorie.

(ii) Alle Studierenden, die an der Linearen Algebra teilnehmen, sind männlich oder weiblich.

(iii) Es gibt einen Assistenten, der täglich mindestens drei Kaffee trinkt und höchstens zweimal verzweifelt.

Aufgabe 4. (Gruppenabgabe - 4 Punkte)

Sei “|” die logische Verknüpfung “weder noch”, d.h. für die Aussage $A | B$ gilt die Wahrheitstafel:

$B \setminus A$	w	f
w	f	f
f	f	w

Stellen Sie die Aussagen $\neg A$, $A \vee B$, $A \wedge B$ und $A \Rightarrow B$ mit Ausdrücken, die nur $A, B, |$ und Klammern enthalten, dar.

Aufgabe 5. (Gruppenabgabe - 4 Bonuspunkte)

Vier Studierende der Linearen Algebra Vorlesung haben gemeinsam den ersten Übungszettel bearbeitet. Bestimmen Sie zu jedem Studierenden, welchen Fehler er in seiner Abgabe gemacht hat, welche Ausrede er oder sie vor dem Tutor benutzt, um diesen Fehler zu rechtfertigen, und geben Sie an, im wievielten Semester die Studierenden jeweils sind. Benutzen Sie dazu die folgenden Hinweise:

- Geschlechter von Wörtern lassen keinen Rückschluss auf das Geschlecht der Person zu, d.h. “Der Studierende” kann sowohl Judit als auch George sein.
- George behauptet ohne rot zu werden, der Hund hätte seine korrekte Aufgabenlösung gefressen.
- Einer der Studierenden behauptet, den Rechtschreibfehler in seiner Aufgabe habe die Dozentin in der Vorlesung auch gemacht, und daher habe er ihn übernommen.
- Einer der Studierenden hat ein Gleichheits- mit einem Äquivalenzzeichen verwechselt.
- Da Judit als Studienanfängerin noch etwas ungeübt ist, war sie in ihrer Lösung sowohl bei Äquivalenz-/Gleichheitszeichen als auch Gleichungsumformungen etwas unsicher. Bei einem von beidem ist ihr ein Fehler unterlaufen.
- Auch der Studierende, der in seiner Aufgabe gar keinen Fehler gemacht hat, hat sich vorsichtshalber eine Ausrede ausgedacht und sie dem Tutor vorgetragen.
- Einer der Studierenden ist bereits im 3. Semester angekommen und weiß daher, dass man mit Ausreden wirklich nichts erreicht.
- Max hatte das ganze Wochenende nichts zu tun und damit genug Zeit, seine Aufgaben zu bearbeiten. Er hatte sogar so viel Zeit, dass er die Lösung mehrmals durchlas, um Rechtschreibfehler auszuschließen.
- Der Studierende im zweiten Semester hat in seiner Erstsemesterklausur einen schicksalhaften Fehler gemacht, sodass er nun bei jeder Gleichungsumformung sehr genau hinschaut und dort keine Fehler macht.
- Unter den Studierenden ist ein Langzeitstudierender, der bereits seit 12 Semestern studiert. Er hat die Aufgabe schon mehr als einmal gesehen, aber trotzdem einen Fehler gemacht.
- Einer der Studierenden heißt Max, ein anderer Olliver.
- Einer der Studierenden sagt, sein Fehler sei durch Zeitdruck entstanden. Jedoch hat er auch in dieser stressigen Situation nicht ein Gleichheits- mit einem Äquivalenzzeichen verwechselt.

Die Lösungen zu diesem Übungsblatt sollen bis spätestens Montag den 06.11.23 um 12:00 online im CMS abgegeben werden. Bitte stellen Sie sicher, dass in Ihrer Abgabe Name und Matrikelnummer aller Gruppenmitglieder gut lesbar enthalten sind.