UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FACHRICHTUNG MATHEMATIK
Prof. Dr. Moritz Weber

Übungen zum Vorkurs für Mathematik
Wintersemester 2024/2025

Blatt 1
Besprechung: Montag, 23.9.2024 in den Übungsgruppen

Aufgabe 1. Seien A, B und C Aussagen. Verifizieren Sie die folgenden Regeln mit Hilfe eines Vergleichs von Wahrheitstafeln.

(a) Die Aussage $\neg(A \wedge B)$ ist äquivalent zur Aussage $(\neg A) \vee (\neg B)$.

(b) Die Aussage $\neg(A \vee B)$ ist äquivalent zur Aussage $(\neg A) \wedge (\neg B)$.

(c) Die Aussage $(A \vee B) \wedge C$ ist äquivalent zur Aussage $(A \wedge C) \vee (B \wedge C)$.

(d) Die Aussage $(A \wedge B) \vee C$ ist äquivalent zur Aussage $(A \vee C) \wedge (B \vee C)$.

(e) Die Aussage $A \Rightarrow B$ ist äquivalent zur Aussage $(\neg A) \vee B$.

(f) Die Aussage $A \Rightarrow B$ ist äquivalent zur Aussage $(\neg B) \Rightarrow (\neg A)$.

(g) Die Aussage $A \Leftrightarrow B$ ist äquivalent zur Aussage $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$.

(h)* Diskutieren Sie die Anschauung von $A \Rightarrow B$ aus Beispiel 1.3 im Skript.

Aufgabe 2. (a) Beweisen Sie: Ist n durch 3 teilbar, so auch n^3.

(b) Gilt auch die Umkehrung? Wenn ja: Beweisen Sie es. Wenn nein: Geben Sie ein Gegenbeispiel an.

(c)* Für welche $a \in \mathbb{N}$ gilt der folgende Satz?

Eine gegebene Zahl $n \in \mathbb{N}$ wird genau dann von a geteilt, wenn a auch n^3 teilt.

Zusatzaufgabe*. Lesen Sie Abschnitt 1.5 im Skript zum Beweisprinzip vollständige Induktion. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:

(a) $$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

(b) $$\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$