



Höhere Mathematik für Ingenieur:innen IV b
Sommersemester 2024

Übungsblatt 6

Abgabe 12.07.24 bis 12 Uhr in den Briefkästen in E2 5

Wie üblich sei für $z_0 \in \mathbb{C}$ und $r > 0$ fixiert $\kappa_r(z_0): [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{C}, t \mapsto z_0 + re^{it}$.

Aufgabe 1 (10 Punkte).

(i) Berechnen Sie $\int_{\kappa_1(0)} f(\zeta) d\zeta$ mit Hilfe des Residuensatzes, falls ($z \neq 0$)

$$f(z) = \frac{\exp(z)}{z^k}, \quad k \in \mathbb{N}, \quad f(z) = \frac{1-z}{z^k}, \quad k \in \mathbb{N}, \quad f(z) = \frac{\cos(z) - 1}{z^3}.$$

(ii) Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes

$$\int_{\kappa_1(0)} \frac{\exp(z) \cos(z)}{z} dz.$$

Berechnen Sie das gleiche Kurvenintegral dann mit Hilfe der Cauchyschen Integralformel.

Aufgabe 2 (10 Punkte). Es sei

$$f(z) = -\frac{2}{z^2 - 6z + 8}.$$

(i) Berechnen Sie das Residuum von f in allen Singularitäten.

(ii) Berechnen Sie für alle positiven reellen Zahlen r mit $r \neq 2$ und $r \neq 4$

$$\int_{\kappa_r(0)} f(z) dz.$$

Bitte wenden.

Aufgabe 3 (10 Punkte).

(i) Berechnen Sie für $r > 0$, $r \neq 1$, $r \neq 3$:

$$\int_{\kappa_r(0)} \left[\frac{1}{(z-i)^2} + e^{z^2} + \frac{1}{z+3} \right] dz$$

(ii) Es sei

$$f(z) = \frac{2z - 2i - 1}{(z-1)(z-2i)}.$$

Berechnen Sie die Laurent-Reihe von f um den Entwicklungspunkt $z_0 = 0$ auf dem Ringgebiet $\{z \in \mathbb{C} \mid 1 < |z| < 2\}$.

(iii) Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes

$$\int_{\kappa_2(0)} \frac{1}{(1+z^2)^2} dz.$$