Universität des Saarlandes
Fakultät 7 – Physik und Mechatronik

Fachrichtung 7.1 – Theoretische Physik
Prof. Dr. M. Lücke,
J. Baltrusch (bis Ende Dez.'13),
Dr. M. Bienert (ab Jan.'14)
Gebäude E2 6, Zi. 4.28
http://www.qphys.uni-saarland.de/de/index.php/teaching/course/tpi_ii_la

Saarbrücken, den 18.12.2013

Übungen zur theoretischen Physik I & II

Blatt 10

Aufgabe 32 Erhaltung magnetischer Monopole

Bisher hat man in Experimenten keine reinen magnetischen Ladungen nachweisen können. Sollte es eines Tages doch möglich sein, diese nachzuweisen, so lassen sich magnetische Ladungen beschreiben, indem man eine magnetische Ladungsdichte $\rho_m(\mathbf{r}, t)$ und eine magnetische Stromdichte $\mathbf{j}_m(\mathbf{r}, t)$ einführt. Leiten Sie aus den modifizierten Maxwell-Gleichungen,

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 4\pi\rho_m \,, \tag{1}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}_m \,, \tag{2}$$

die zugehörige Kontinuitätsgleichung für ρ_m und $\mathbf{j}_m$ her. Berechnen Sie dazu zunächst die zeitliche Änderung der Ladungsdichte. Interpretieren Sie die Kontinuitätsgleichung und stellen Sie diese mit Hilfe des Gaußschen Satzes in Integralform dar. (20 Prozent)

Aufgabe 33 Eichtransformation

Die Maxwell-Gleichungen lauten

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho \,, \tag{3}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \,, \tag{4}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \,, \tag{5}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} \,. \tag{6}$$

Man definiert ein elektrisches Potential Φ und ein magnetisches Vektorpotential $\mathbf{A}$ mit

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi - \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \,, \tag{7}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \,, \tag{8}$$

so dass (4) und (5) identisch erfüllt sind und die übrigen Gleichungen

$$\Box\mathbf{A} = \nabla\Lambda - \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} \,, \tag{9}$$

$$\Box\Phi = -\frac{1}{c}\frac{\partial \Lambda}{\partial t} - 4\pi\rho \,, \tag{10}$$

lauten, wobei der D'Alembertoperator durch $\Box = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ und Λ durch $\Lambda = \nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\Phi$ gegeben ist.

a) Finden Sie die Transformation $\mathbf{A} \to \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \mathbf{F}$ und $\Phi \to \Phi' = \Phi + \xi$, mit jeweils zu bestimmendem Vektorfeld $\mathbf{F}$ und Skalarfeld ξ, welche $\mathbf{B}$ und $\mathbf{E}$ invariant lässt. Wie ändern sich die Ausdrücke für Λ, (9) und (10) unter dieser Transformation?

b) Führen Sie die Lorentz-Eichung durch, indem Sie auf die neuen Potentiale $\mathbf{A}_L$ und Φ_L transformieren, so dass $\Lambda_L \equiv 0$ erfüllt ist und die Gleichungen (9) und (10) entkoppeln. Welche Transformationen, die $\Lambda_L \equiv 0$ erfüllen, sind noch erlaubt?

c) Geben Sie eine Eichung an, die $\nabla \cdot \mathbf{A}_c = 0$ erfüllt. Dabei handelt es sich um die Coulomb-Eichung. Welche Transformationsfreiheit bleibt nun noch?

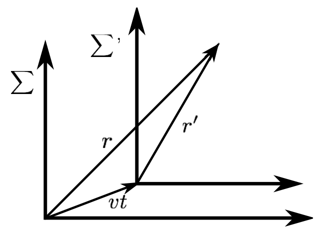
(40 Prozent)

Aufgabe 34 Galilei-Transformation der Maxwell-Gleichungen

Das Galileische Relativitätsprinzip postuliert, dass alle Inertialsysteme, die sich gleichförmig zueinander bewegen, äquivalent sind. Betrachten Sie die Galilei-Transformation, bei der sich das Bezugssystem Σ' mit konstanter Geschwindigkeit v zu Σ bewegt. Nehmen Sie an, dass die Ladungsdichte so gegeben ist, dass diese invariant unter Galilei-Transformation ist, d.h. es gelte $\rho'(\mathbf{r}', t') = \rho(\mathbf{r}, t)$ in diesem Fall.

a) Man zeige, dass $\nabla' = \nabla$ und $\partial_{t'} = \partial_t + \mathbf{v} \cdot \nabla$.

b) Wenn die Kontinuitätsgleichung $\partial_t \rho + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$ auch in Σ' gelten soll, wie muss sich die Stromdichte unter Galilei-Transformationen verhalten? Finden Sie eine anschauliche Deutung.



c) Wie müssen sich $\mathbf{E}$ und $\mathbf{B}$ verhalten, damit die Lorentz-Kraftdichte forminvariant bleibt?

d) Wie lautet die physikalische Interpretation der Nichtinvarianz der Maxwell-Gleichungen unter Galilei-Transformationen?

(40 Prozent)